Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 2

№1.

R-рома; A-фрекен; S-Соня

$[скв] = [мин] \cdot \frac{[скв]}{[мин]}$

$$\begin{cases} (v_A + v_S) \cdot 9 = 0{,}5 & (1) \\ (v_R + v_A) \cdot 12 = 0{,}5 & (2) \\ (v_S + v_R) \cdot 18 = 0{,}5 & (3) \end{cases}$$

из (1)

$$v_A = \frac{0{,}5}{9} - v_S = \frac{1}{18} - v_S$$

из (1) во (2)

$$\begin{cases} (v_R + \frac{1}{18} - v_S) \cdot 12 = 0{,}5 & (2) \\ (v_R + v_S) \cdot 18 = 0{,}5 & (3) \end{cases}$$

из (2)

$$v_R = \frac{0{,}5}{12} + v_S - \frac{1}{18} = \frac{24-18}{24 \cdot 18} + v_S = \frac{1}{72} + v_S$$

из (2) в (3)

$$\left(\left(\frac{1}{72} + v_S\right) + v_S\right) \cdot 18 = 0{,}5$$

$$2v_S = \frac{0{,}5}{18} - \frac{1}{72}$$

$$v_S = \frac{1}{72 \cdot 2} = \frac{1}{144} \frac{скв}{мин} \Rightarrow v_A = \frac{1}{18} - \frac{1}{144} = \frac{8-1}{144} = \frac{7}{144} \frac{скв}{мин} \Rightarrow$$

$$v_R = \frac{1}{72} + \frac{1}{144} = \frac{3}{144} = \frac{1}{48} \frac{скв}{мин} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v_S + v_R + v_A) \cdot t = 1 скв$$

$$\left(\frac{1}{144} + \frac{7}{144} + \frac{3}{144}\right) \cdot t = 1$$

$$t = \frac{1 \cdot 144}{11} = 13\frac{1}{11} мин$$

Ответ: за $13\frac{1}{11}$ мин

Можно использовать оборот листа для записи решений

№2.

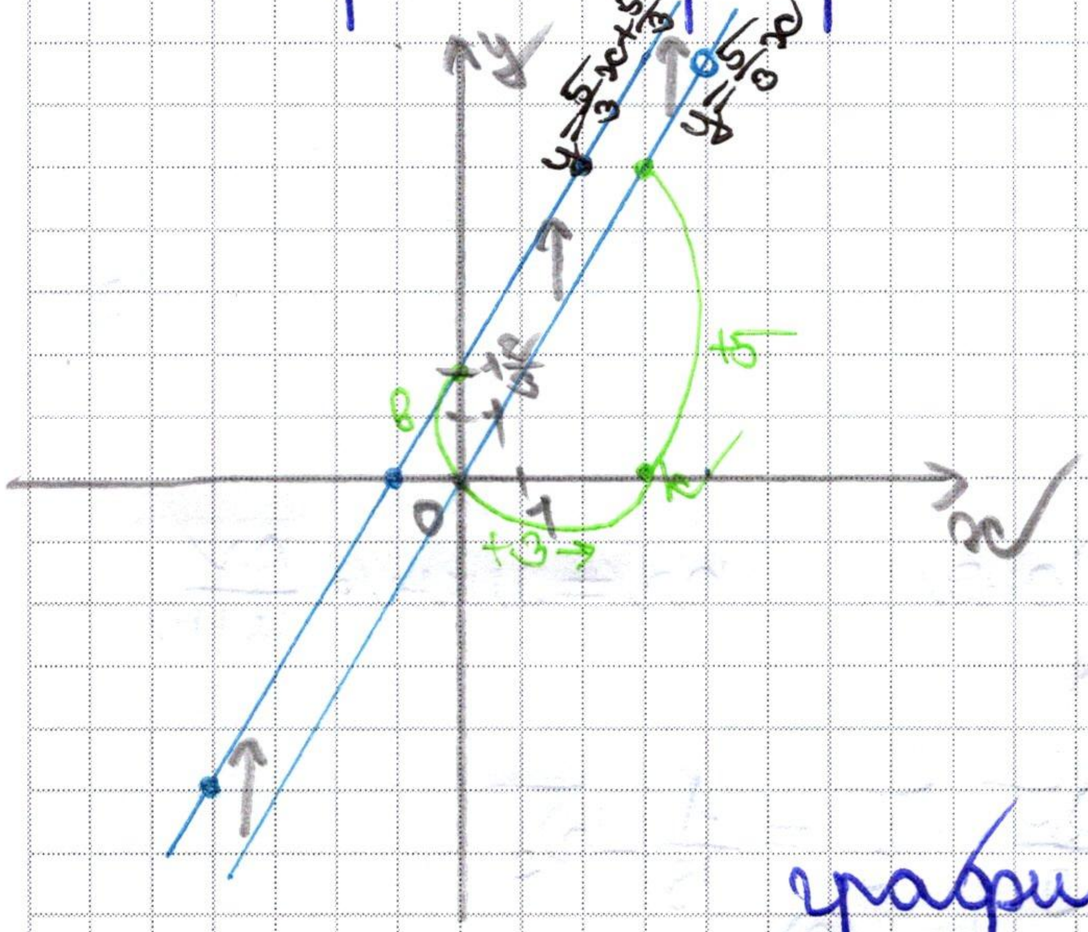
$(y-2)(x-4)\cdot 3=(x-4)(x-\frac{1}{5})\cdot 5$ | $:(x-4)$

$(y-2)\cdot 3=5x-1$

$y=\frac{5x-1}{3}+2$

$y=1\frac{2}{3}x+1\frac{2}{3}$

Построим график:



Разложим 2-ую половинку как по прошлому заданию:

$5x^2-21x+4=(x-4)(x-\frac{1}{5})5$

$D=21^2-4\cdot 4\cdot 5=361$

$x_{1,2}=\frac{21\pm 19}{10}=\frac{1}{5};4\Rightarrow$

$\Rightarrow (x-4)(x-0,2)\cdot 5$

ОДЗ:

$x\neq 4$

$x\in\mathbb{Z}$ и $y\in\mathbb{Z}$, когда график пересекает узлы:

$\ldots(-1+3;0+5);(-1;0);(-1+3;0+5);(-1+3\cdot 2;0+5\cdot 2)\ldots$

все целые реш: $(3n-1;0+5n)\Rightarrow$

$\Rightarrow (3n-1;5n)$, где $n\in\mathbb{Z}$ и n - $\forall$ $\mathbb{Z}$ число

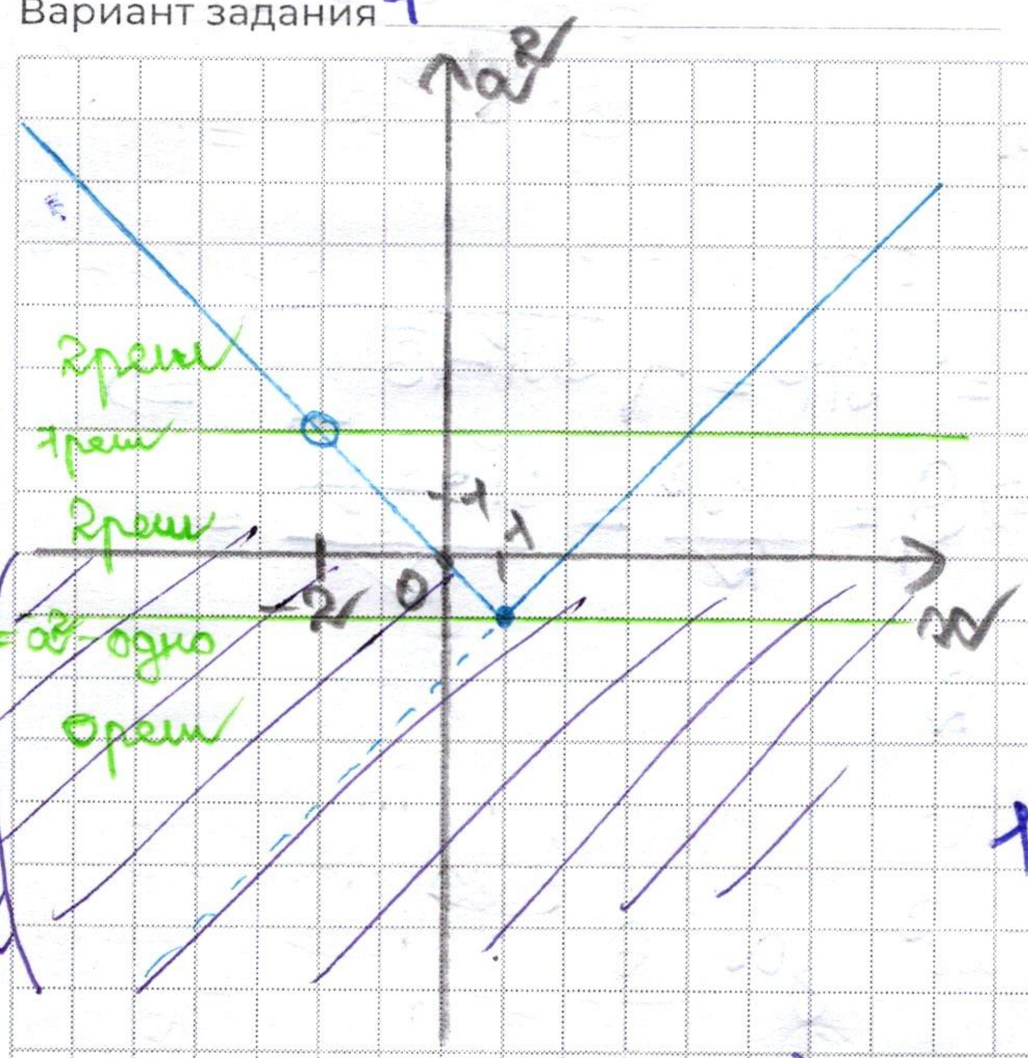
Ответ: $\begin{matrix}3n-1=x\\5n=y\end{matrix}$, где n - $\forall$ $\mathbb{Z}$ число

№3.

$\left|\frac{x(x^2-3)+(x+2)^2-(x^3+6)}{x+\frac{\sqrt{36}}{2}-1}\right|=\left|\frac{x^3-3x+x^2+2\cdot 2x+4-x^3-6}{x+\frac{2\sqrt{9}}{2}-1}\right|=$ (идеал. отн. играц в ужасе)

$=\left|\frac{x^2+x-2}{x+2}\right|=\left|\frac{(x+2)(x-1)}{(x+2)}\right|=|x-1|$, но $x\neq -2\Rightarrow$

$\Rightarrow |x-1|=a^2+1$, построим график $a^2(x)$:



$a^2 = |x-1|-1 =$

$\begin{cases} x-2, & x \geq 1 \\ -x, & x < 1 \end{cases}$

ОДЗ:
$x \neq -2$

вспом. т.:
$(-2; 2)$

1 реш: $a^2 = 2 \Leftrightarrow a = -\sqrt{2} \Rightarrow$

$a^2 = -1 \Rightarrow$ неверно

$\Rightarrow$ единств. реш., где $x < 0$ —

$a = -\sqrt{2}$

Ответ: $a = -\sqrt{2}$

№5.

Дано:

$BH = MD$; $AO = OC$; $AC = 32$

Решение:

O - сред. $AC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Если провести BD, то по св-ву диаг.

$\square$ O - сред BD, но $BM = MD$ ($\triangle BMP$ - р/б) $\Rightarrow$

$\Rightarrow MO$ - мед, выс, бисс $\triangle BMD \Rightarrow PO$ - мед, выс, бисс

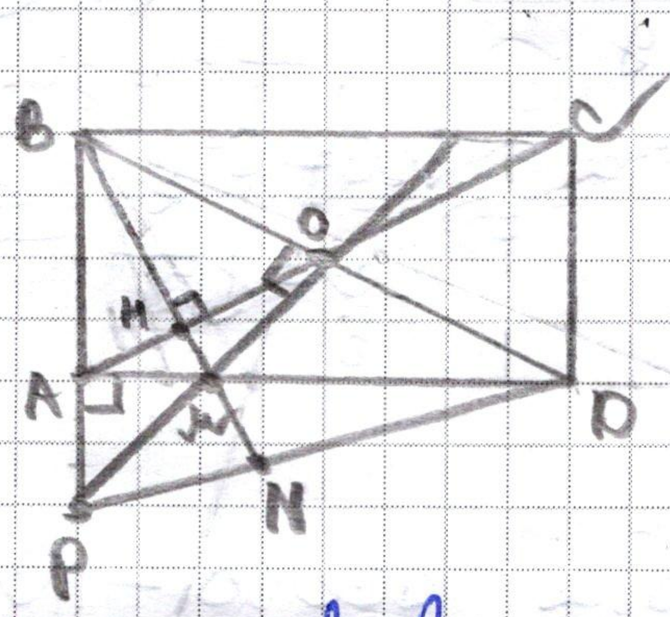
$\triangle BPD \Rightarrow \triangle BPD$ - р/б, $BP = PD \Rightarrow$ т.к. $AP \perp BP$ и $PO \perp BD$, то

и по св-ву ортопроектора $BN \perp PD \Rightarrow$ т.к. $BN \perp AC$ и

$BN \perp PD$, то $PD \parallel AC$ и AO делит BD пополам $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ по призн. ср. лин. $BA = AP \Rightarrow BP$ - выс и мед $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BPD$ - р/с $\Rightarrow$



1) $AH:PN=HO:ND \Rightarrow AH:HO=1:1 \Rightarrow AH=0,5AO=$
$=\frac{1}{4}AC=0,8$ ($AH:PN=HO:ND$, т.к. $\triangle BAH \sim \triangle BPN$ и $\triangle BHO \sim \triangle BND$)

2) $PD=BD$, но $BD=AC \Rightarrow PD=3,2$

№6.

P-полукруг; T-трап.; K-кв.

S_P:

$2\pi r$ - l окр. $\Rightarrow l_{полукр}=\pi r \Rightarrow \pi r=\sqrt{3\pi-\sqrt{3}} \Rightarrow$

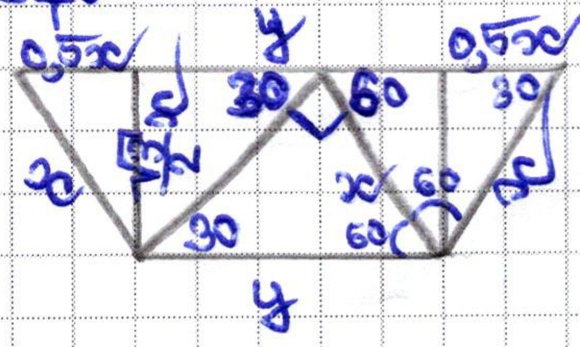
$\Rightarrow r=\sqrt{\frac{3\pi-\sqrt{3}}{\pi^2}}=\sqrt{\frac{3-\sqrt{3}}{\pi}} \Rightarrow S_P=\frac{\pi r^2}{2}=\frac{\pi\cdot\frac{3-\sqrt{3}}{\pi}}{2}=$

$=1,5-\sqrt{3}$ м$^2 \Rightarrow 1,5-\sqrt{3}$ м^2 за P

S_K:

$S_K=\left(\frac{3-\sqrt{3}}{3}\right)^2=9-\sqrt{3}$ м$^2 \Rightarrow 9-\sqrt{3}$ м^2 за K

S_T:



$S_T=\frac{(0,5x+0,5x+y)+y}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}x=$

$=(6-1,5x)\frac{\sqrt{3}}{2}x=(6-2,25)\left(1,5\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=$

$=\frac{9\sqrt{3}}{2}-\frac{3,375\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 5,625$ м$^2 \Rightarrow$

$\begin{cases}2x+y=6\\2x=y\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}2x=6-y\\x=1,5\end{matrix} \Rightarrow 2,8125\sqrt{3}$ за T

~~Solution~~

Дешевле всего - K, потом P и дороже T $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ сначала дерём 1 T и 2 P (один.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_\Sigma=2,8125\sqrt{3}+1,5\cdot 2\sqrt{3}=5,8125\sqrt{3}$ м^2 и 7 у.е. $\rightarrow$

$\rightarrow$ дерём 12 K $\Rightarrow S_\Sigma=5,8125\sqrt{3}+108\sqrt{3}=113,8125\sqrt{3}$ и

$7+6\cdot 12=79$ у.е. $\rightarrow$ надо привести к $\sqrt{3}$ ед. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ добавить T $\Rightarrow S_\Sigma=113,8125\sqrt{3}+2,8125\cdot 7\sqrt{3}\Rightarrow 132,5\sqrt{3}$ м^2 и

100 у.е. $\rightarrow$ добрать ост P $\Rightarrow S_\Sigma=132,5\sqrt{3}+18\sqrt{3}=150\sqrt{3}$ м^2

и $100+12\cdot 2=124$ у.е

Ответ: 124

olympiada.ru